פתרון בחינת הבגרות במכניקה - 2023

פתרון שאלה 1

א. גרף ב' מתאר את מהירות הגוף בניסוי 2. על פי גרף זה מהירות הגוף שלילית. מכיוון שהגוף בניסוי 2 נע במורד המישור המשופע, נקבל שהכיוון השלילי הוא במורד המישור המשופע והחיובי הוא במעלה המישור המשופע.

ב. על פי גרף א' הגוף בניסוי 1 מגיע לנקודה הגבוהה ביותר בזמן $t=0.2\text{s}$. המרחק בין נקודה זו לבין הנקודה K שווה לערך המוחלט של העתק הגוף בין הזמנים $t=0.2\text{s}$ ועד $t=0.5\text{s}$. העתק זה שווה לשטח הכלוא בין גרף המהירות (גרף א') לציר הזמן בין הזמנים $t=0.2\text{s}$ ועד $t=0.5\text{s}$:

$$d=\left|\Delta x\left(0.2\to 0.5\text{s}\right)\right|=$$

$$=\left|\frac{0.3\times(-1.5)}{2}\right|=0.225\text{m}$$

ג. המרחק בין A ל-K שווה לערך המוחלט של העתק הגוף בין שתי נקודות אלה:

$$d_{A\to K}=\left|\Delta x\left(0\to 0.2\text{s}\right)+\Delta x\left(0.2\to 0.5\text{s}\right)\right|=$$

$$=\left|\frac{1\times 0.2}{2}+\frac{(-1.5)\times 0.3}{2}\right|=0.125\text{m}$$

ד. נמצא קודם את המרחק בין הנקודה B לנקודה K. לשם כך ניעזר בקשר

$$\Delta x_B=v_{0B}t+0.5a_Bt^2$$

על סמך הגרף נקבל $v_{0B}=-0.5\text{m/s}$. תאוצת הגוף היא שיפוע הגרף: $a=-5\text{m/s}^2$. לכן נקבל:

$$\Delta x\left(B\to K\right)=$$

$$=-0.5(0.62)+0.5(-5)(0.62)^2=-1.271\text{m}$$

המרחק בין הנקודות B ו-A הוא:

$$d=\left|\Delta x_B\left(0\to 0.62\right)\right|-\left|\Delta x_A\left(0\to 0.5\right)\right|=$$

$$=1.271-0.125=1.146\text{m}$$

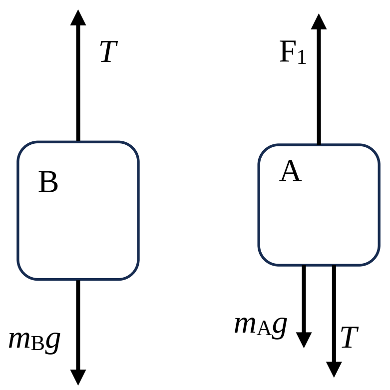
ה. בגלל החיכוך תאוצת הגוף בניסוי השני תקטן בערכה המוחלט, לכן התרשימים ג' ו-ד לא מתאימים למקרה המתואר בסעיף זה כי בהם תאוצת הגוף גדולה יותר בערכה המוחלט מאשר המצב שאין בו חיכוך.

לגבי הגוף בניסוי הראשון, במהלך עלייתו כוח החיכוך פועל ביחד עם רכיב כוח הכובד $mg\sin\theta$, ולכן התאוצה במהלך העלייה תגדל (בערכה המוחלט) ביחס למצב שאין בו חיכוך. לכן הגוף נעצר לפני $t=0.2\text{s}$. לכן התרשים המתאים למקרה המתואר בסעיף זה הוא ב'.

שים לב שתאוצת הגוף בשני הניסויים זהה במהלך תנועת הגוף במורד המישור המשופע, וזאת מכיוון שעל הגוף בירידה פועלים בשני הניסויים אותם כוחות בכיוון המקביל לתנועה, שהם $mg\sin\theta$ בכיוון מורד המישור המשופע ו-f_k בכיוון מעלה המישור המשופע.

פתרון שאלה 2

א.



כדור הארץ מפעיל את הכוחות m_Ag ו-m_Bg והחבל מפעיל את T.

ב. על סמך החוק השני של ניוטון נקבל עבור הגוף A:

$$F_1-T-m_Ag=m_Aa$$

ועבור הגוף B:

$$T-m_Mg=m_Ba$$

על מנת למצוא את התאוצה, נחבר את שתי המשוואות האחרונות ונקבל:

$$F_1-m_Ag-m_Bg=\left(m_A+m_B\right)a$$

$$\Rightarrow a=\frac{F_1-\left(m_Ag+m_B\right)g}{m_A+m_B}=\frac{F_1}{m_A+m_B}-g$$

ג. בפרק הזמן הראשון המערכת נמצאת במצב שיווי משקל. לכן מתקיים עבור הגוף B:

$$T=m_Bg$$

על סמך הגרף, בפרק הזמן הראשון מתקיים ש- $T=10\,\text{N}$, לכן נקבל:

$m_B g=10 \ \Rightarrow m_B=1\,\text{kg}$

ד. בפרק הזמן $0<t<0.3\,\text{s}$ מתקיים מצב שיווי משקל. לכן נקבל:

$F_1=(m_A+m_B)g=40\,\text{N}$

בפרק הזמן $0.3<t<0.8\,\text{s}$ מתקיים $T=12\,\text{N}$ (ראה גרף). נחשב את תאוצת המערכת על ידי שימוש בחוק השני של ניוטון עבור גוף B:

$T-m_Bg=m_Ba$

$\Rightarrow a=\frac{T-m_Bg}{m_B}=\frac{12-10}{1}=2\,\text{m/s}^2$

לחישוב F_1 ניעזר בקשר שקיבלנו בסעיף ב' ממנו נקבל:

$F_1=(m_A+m_B)(g+a)=4(10+2)=48\,\text{N}$

בפרק הזמן $0.8<t<1.2\,\text{s}$ המערכת שוב במצב שווי משקל. לכן נקבל:

$F_1=(m_A+m_B)g=40\,\text{N}$

ה. בפרק הזמן $0.3<t<0.8\,\text{s}$ מתקיים $F_1>(m_A+m_B)g$ לכן המערכת נעה בתאוצה כלפי מעלה.

בפרק הזמן $0.8<t<1.2\,\text{s}$ המערכת נמצאת בשיווי משקל, ומכיוון שהיא הייתה בתנועה בשלב הקודם, היא ממשיכה בשלב זה לעלות כלפי מעלה במהירות קבועה.

ו. מכיוון שבשני הניסויים התאוצה זהה ומכיוון שמסת המערכת בניסוי השני קטנה יותר נקבל ש- ΣF בניסוי השני קטן יותר מאשר ΣF בניסוי הראשון. על מנת ש- ΣF בניסוי השני יהיה קטן יותר, צריך להתקיים ש- $F_2>m_Bg$. לכן ההיגד הנכון הוא 3.

פתרון שאלה 3

א. התנועה בכיוון אנכי היא נפילה חופשית, לכן אם נבחר את הכיוון החיובי כלפי מטה והראשית בנקודה שממנה השתחרר הכדור נקבל: $y=\frac{1}{2}gt^2$. נציב $y=6\,\text{m}$ ונקבל:

$5t^2=6 \ \Rightarrow t=1.1\,\text{s}$

ב. תנועת הכדור היא זריקה אופקית מהנקודה שבה השתחרר. מהירות הכדור בכיוון אופקי שווה למהירות הרחפן $v_x=3\,\text{m/s}$. מהירות זו אינה משתנה כי לא פועלים כוחות בכיוון אופקי. על מנת לחשב את v_y ברגע הפגיעה בקרקע, נציב $t=1.1\,\text{s}$ בקשר: $v=v_{0y}+gt$ ונקבל:

$v_y=0+10(1.1)=11\,\text{m/s}$

לכן גודל מהירות הפגיעה בקרקע הוא:

$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{3^2+11^2}=11.4\,\text{m/s}$

כיוון מהירות זו מתקבל מהקשר:

$\tan\alpha=\frac{v_y}{v_x} \ \Rightarrow \alpha=74.74^\circ$

(מתחת לקו האופקי).

ג. מתקיים $\Delta x=v_x\Delta t$, כאשר $\Delta t=0.5\,\text{s}$ הוא פרק הזמן בין שני הזמנים שבהם שוחררו שני כדורים עוקבים. נציב $v_x=3\,\text{m/s}$ ונקבל:

$\Delta x=3(0.5)=1.5\,\text{m}$

ד. מכיוון שלכדורים המשתחררים יש אותה מהירות אופקית כמו לרחפן, נקבל שהכדורים והרחפן נמצאים על קו אחד המאונך לפני הקרקע. לכן התרשימים המתאימים יכולים להיות 1 או 4. מכיוון שהמרחקים בין הכדורים אמורים לגדול עם הזמן בגלל תאוצת הכובד נקבל שהתרשים הנכון הוא 4.

ה. על סמך חוק שימור האנרגיה נקבל:

$mg\Delta h=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$

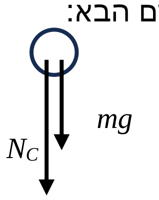
$\Rightarrow v_2=\sqrt{v_1^2+2g\Delta h}$

מכיוון שבשני המקרים Δh ו- v_1 זהים נקבל ש- v_2 זהה בשני המקרים, לכן דנה צודקת.

פתרון שאלה 4

א.

(1) הכוחות הפועלים על הכדור בנקודה C מתוארים בתרשים הבא:



כדור הארץ מפעיל את כוח הכובד mg והמסילה (החיישן) מפעילה את הכוח N_C.

(2) על סמך החוק השני של ניוטון מתקיים בנקודה C:

$$(1)\quad N_C+mg=m\frac{v_C^2}{R}$$

ניעזר בחוק שימור האנרגיה על מנת למצוא את v_C. בין הנקודות P ו- C מתקיים:

$$mgh_P+\tfrac{1}{2}mv_P^2=mgh_C+\tfrac{1}{2}mv_C^2$$

מתקיים $v_P=0$ ו- $h_C=2R$. נציב ונקבל:

$$mgh+0=mg\left(2R\right)+\tfrac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow v_C^2=2g\left(h-2R\right)$$

נציב v_C^2 במשוואה (1) ונקבל:

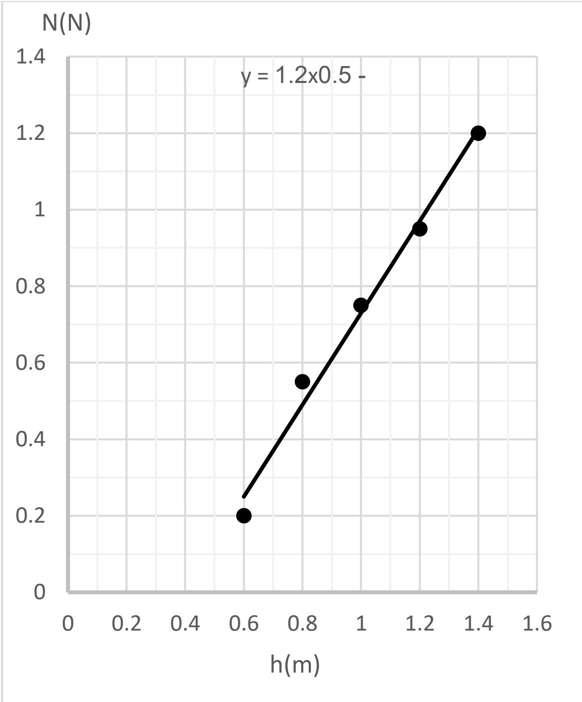
$$N_C+mg=m\frac{2g\left(h-2R\right)}{R}$$

$$\Rightarrow N_C=\left(\frac{2mg}{R}\right)h-5mg$$

הכוח המופעל על החיישן שווה בגודלו ומנוגד בכיוונו לכוח N_C הפועל על הכדור (על סמך החוק השלישי של ניוטון).

ב.

(1) + (2)



ג. נקודת חיתוך הגרף עם הציר האנכי מייצגת את הגודל $-5mg$ (ראה תת סעיף 2א). לכן מתקיים:

$$-5mg=-0.5\ \ \Rightarrow m=0.01\text{kg}$$

שיפוע הגרף מייצג את הגודל $2mg/R$ (ראה תת סעיף 2א). לכן מתקיים:

$$\frac{2\left(0.01\right)g}{R}=1.2\ \ \Rightarrow R=\frac{1}{6}\text{m}$$

ד. יש למצוא על סמך הגרף את הגובה שעבורו $N_C=0.6\,\text{N}$, וזה מתקיים עבור $h=0.9\,\text{m}$.

גישה נוספת:

נחשב קודם את v_C על סמך $N_{C\min}$. באמצעות החוק השני של ניוטון נקבל:

$$N_{C\min}+mg=m\frac{v_C^2}{R}$$

$$\Rightarrow 0.6+0.1=0.01\frac{v_C^2}{1/6}\ \Rightarrow v_C^2=11\tfrac{2}{3}$$

על פי שימור האנרגיה נקבל:

$$mgh_{\min}+0=mg\left(2R\right)+\tfrac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow gh_{\min}=10\left(2\times\tfrac{1}{6}\right)+\tfrac{1}{2}\left(11\tfrac{2}{3}\right)=9.166$$

$$\Rightarrow h_{\min}=0.9166$$

ה. אם נשחרר את הכדור מהגובה h_1 שעבורו $N_C=0$, הגוף יהיה על ספף ההתנתקות בנקודה C ומהירותו בנקודה זו תהיה המהירות הקריטית שהיא:

$$v_{C\min}=\sqrt{Rg}=\sqrt{\tfrac{1}{6}\times 10}=1.3\,\text{m/s}$$

פתרון שאלה 5

א.

(1) האנרגיה המכנית של הגוף נשמרת על המישור המשופע החלק כי הכוח היחיד שמבציע עבודה על הגוף בקטע זה של המסלול הוא כוח הכובד וכוח זה הוא משמר. על המישור האופקי האנרגיה המכנית של הגוף לא נשמרת כי פועל על הגוף בקטע זה של המסלול כוח חיכוך שהוא כוח לא משמר.

(2) מכיוון שבשני קטעי המסלול פועלים על הגוף כוחות חיצוניים, נקבל שפועל על הגוף מתקף בשני קטעי המסלול, ולכן התנע של הגוף משתנה ולא נשמר.

ב. בין שיא הגובה לתחילת המישור האופקי מתקיים:

$$\tfrac{1}{2}mv_2^2+0=0+mgh$$

בין נקודת ההתחלה של המישור האופקי לבין הנקודה שבה הגוף נעצר, מתקיים על סמך משפט עבודה אנרגיה:

$$W_{f_k}=\cancel{\tfrac{1}{2}mv_3^2}-\tfrac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow -\mu_k mg\Delta x=-\tfrac{1}{2}mv_2^2$$

משתי המשוואות האחרונות מתקבל:

$$\mu_k mg\Delta x=mgh\ \ \Rightarrow \mu_k=\frac{h}{\Delta x}=\frac{0.6}{1.5}=0.4$$

ג. על סמך הסעיף הקודם מתקבל: $\Delta x = h / \mu_k$. מכיוון ש- Δx אינו תלוי במסה נקבל ש- Δx זהה בשני המקרים.

ד. נחשב קודם את מהירות הגוף B מיד אחרי ההתנגשות. משימור התנע מתקיים:

$$m_A v_A + \cancel{m_B v_B} = m_A u_A + m_B u_B$$

מכיוון שההתנגשות אלסטית לחלוטין מתקיים גם:

$$v_A + u_A = \cancel{v_B} + u_B$$

ממשוואה זו נקבל:

$$u_A = u_B - v_A$$

נציב במשוואת שימור התנע ונקבל:

$$m_A v_A + \cancel{m_B v_B} = m_A\left(u_B - v_A\right) + m_B u_B$$

$$\Rightarrow\ m_A v_A = m_A u_B - m_A v_A + m_B u_B$$

$$\Rightarrow\ 2m_A v_A = \left(m_A + m_B\right) u_B$$

$$\Rightarrow u_B = \frac{2m_A v_A}{m_A + m_B} = \frac{2(0.4)(4)}{0.4+1.2}\times 4 = 2\,\text{m/s}$$

המתקף שפעל על הגוף B נתון על ידי:

$$J_{AB} = m_B u_B - m_B v_B =$$
$$= 1.2(2) - 1.2(4) = -2.4\,\text{Ns}$$

כיוון המתקף הוא בכיוון שינוי התנע (שמאלה).

ה. מתקיים:

$$J_A = m_A u_A - \cancel{m_A v_A} = m_A u_A$$

כאשר u_A היא המהירות שבה הגוף מגיע לתחתית המישור המשופע.

מכיוון שבשני המקרים u_A זהה (בגלל ש- H זהה), נקבל שהמתקף שפעל על הגוף בשני המקרים זהה $\left(J_1 = J_2\right)$, ולכן התשובה הנכונה היא 2.

פתרון שאלה 6

א. ניעזר בחוק השלישי של קפלר. עבור שני כוכבי הלכת b ו- c מתקיים:

$$\frac{T_c^2}{R_c^3} = \frac{T_b^2}{R_b^3}$$

$$\Rightarrow T_c = T_b\sqrt{\left(\frac{R_c}{R_b}\right)^3} = 1.51\sqrt{\left(\frac{2.36}{1.73}\right)^3} = 2.4\,days$$

עבור כוכב הלכת d מתקיים:

$$\frac{T_b^2}{R_b^3} = \frac{T_d^2}{R_d^3}$$

$$\Rightarrow R_d = R_b\left(\frac{T_d}{T_b}\right)^{2/3} =$$

$$= 1.73\times10^9\left(\frac{4.05}{1.51}\right)^{2/3} = 3.34\times10^9\ \text{m}$$

ב. הטענה של איתן לא נכונה, כי מתקיים עבור כוכב לכת כלשהו:

$$\frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

רואים כלל ש- r גדל מהירות כוכב הלכת קטנה.

ג. (1) תאוצת הכובד נתונה על ידי:

$$g_b = \frac{GMm_b / r^2}{m_b} = \frac{GM}{r^2}$$

M היא מסת הכוכב Trappist. על מנת לבטא את תאוצת הכובד באמצעות זמן המחזור T, ניעזר בחוק השני של ניוטון בתנועה המעגלית של כוכב הלכת. מתקיים:

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$$

$$\Rightarrow \frac{GM}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$\Rightarrow g_b = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

(2) משקלו של גוף שמסתו m הנמצא על פני כוכב הלכת b הוא mg כאשר g הוא תאוצת הכובד על פני כוכב הלכת b, ולא תאוצת כוכב הלכת g_b הנגרמת מהכוכב Trappist.

ד. על סמך הקשר שהתקבל בתת סעיף 1ג מתקיים:

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

נציב את הנתונים מהטבלה עבור אחד מכוכבי הלכת, b לדוגמא ונקבל:

$$M = \frac{4\pi^2\left(1.73\times10^9\right)^3}{\left(6.673\times10^{-11}\right)\left(1.51\times24\times60\times60\right)^2} =$$

$$= 1.8\times10^{29}\ \text{kg}$$

ה. תוספת האנרגיה ΔE שיש לתת לכל אחת משתי החלליות על מנת שתשתחרר מכוח המשיכה שווה לערך המוחלט של האנרגיה

הכוללת של כל אחת משתי החלליות במסלול שלה. האנרגיה הכוללת של החללית שמסתובבת סביב השמש נתונה על ידי:

$$E_1 = -\frac{GmM_S}{2r_1}$$

והאנרגיה המכנית הכוללת של החללית שמסתובבת סביב Trappist נתונה על ידי:

$$E_2 = -\frac{GmM_T}{2r}$$

לכן

$$\Delta E_1 = \frac{GmM_S}{2r}$$

$$\Delta E_2 = \frac{GmM_T}{2r}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E_1}{\Delta E_2} = \frac{M_S}{M_T} = \frac{1.99\times10^{30}}{1.8\times10^{29}} = 11.05$$